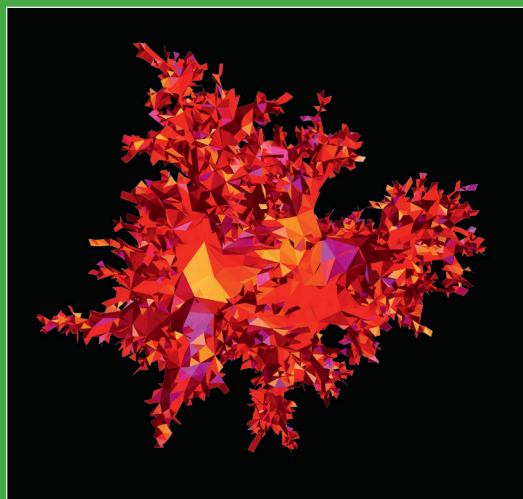


THÉORIE STATISTIQUE DES CHAMPS

TOME 2



FRANÇOIS DAVID

CNRS ÉDITIONS



edp sciences

THÉORIE STATISTIQUE DES CHAMPS II

FRANÇOIS DAVID

Les idées du groupe de renormalisation développées pour la physique statistique dans les années 1970, en grande partie par Kenneth Wilson (prix Nobel 1982), ont entièrement renouvelé ce que l'on appelait la théorie relativiste des champs quantiques, née dans les années 1930 et développée sous la forme de l'électrodynamique quantique dans les années 1950. Un résultat de ce renouvellement est la théorie statistique des champs, une boîte à outils de tout physicien théoricien, de la physique des hautes énergies à la physique statistique.

Ce livre, qui repose sur un enseignement de plusieurs années, notamment dans le parcours « Physique théorique » du Master 2 « Concepts fondamentaux de la physique », à l'École normale supérieure, est une introduction pédagogique à cet ensemble incontournable de notions. Il est destiné aux étudiants et aux chercheurs.

La théorie statistique des champs repose sur l'analogie entre les fluctuations quantiques d'un système quantique et les fluctuations thermiques d'un système classique relié. Le premier tome était consacré à l'aspect « quantique » de la théorie des champs.

Ce deuxième tome est consacré au point de vue et aux applications « physique statistique » de la théorie quantique des champs. Après une introduction aux phénomènes critiques, le groupe de renormalisation de Wilson dans l'espace réel est présenté en détail, et ses relations avec le groupe de renormalisation perturbatif sont discutées de façon approfondie. Les applications du groupe de renormalisation au calcul des exposants critiques sont présentées pour un certain nombre de cas. Le livre aborde les modèles de spins et les modèles sigma non linéaires, le rôle des excitations topologiques (vortex), le modèle XY et la transition de Kosterlitz-Thouless. Il introduit également les modèles simples de polymères, les chaînes de spins quantiques, les phénomènes de mouillage, les membranes flexibles. Un chapitre introduit aux effets de taille finie dans les systèmes critiques. Enfin un dernier chapitre constitue une introduction à l'invariance d'échelle et à l'invariance conforme, en particulier en deux dimensions.

François David est membre de l'Institut de Physique Théorique du CEA Saclay. Il est depuis mars 2022 directeur de recherche émérite du CNRS. Ses recherches portent sur la physique quantique, la théorie quantique des champs et la gravitation quantique, la physique statistique et celle des systèmes biologiques.

Série Physique dirigée par Michèle LEDUC et Michel LE BELLAC

SAVOIRS ACTUELS

Collection dirigée par Michèle LEDUC

CNRS ÉDITIONS

www.cnrseditions.fr



edpsciences
www.edpsciences.org

Création graphique : Béatrice Couëdel



ISBN EDP Sciences 978-2-7598-2217-1
ISBN CNRS ÉDITIONS 978-2-271-14325-9

49 €

Ces ouvrages, écrits par des chercheurs, reflètent des enseignements dispensés dans le cadre de la formation à la recherche. Ils s'adressent donc aux étudiants avancés, aux chercheurs désireux de perfectionner leurs connaissances ainsi qu'à tout lecteur passionné par la science contemporaine.

François David

Théorie statistique des champs

Tome 2

S A V O I R S A C T U E L S

EDP Sciences / CNRS ÉDITIONS

Dans la même collection

Symétries continues

Franck Laloë

Plasmas créés par laser – Généralités et applications choisies

Patrick Mora

Physique de la turbulence – Des tourbillons aux ondes

Sébastien Galtier

Le temps dans la géolocalisation par satellites

Pierre Spagnou et Sébastien Trilles

Physique quantique, information et calcul – Des concepts aux applications

Pascal Degiovanni, Natacha Portier, Clément Cabart, Alexandre Feller et Benjamin Roussel

Théorie statistique des champs – Tome 1

François David

Mécanique quantique – Tomes I, II et III

Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Franck Laloë

Retrouvez tous nos ouvrages et nos collections sur

<http://laboutique.edpsciences.fr>

Imprimé en France

© **2022, EDP Sciences**, 17, avenue du Hoggar, BP 112, Parc d'activités de Courtabœuf, 91944 Les Ulis Cedex A

et

CNRS Éditions, 15, rue Malebranche, 75005 Paris.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays. Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans l'autorisation de l'éditeur est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (art. L. 122-4, L. 122-5 et L. 335-2 du Code de la propriété intellectuelle). Des photocopies payantes peuvent être réalisées avec l'accord de l'éditeur. S'adresser au : Centre français d'exploitation du droit de copie, 3, rue Hautefeuille, 75006 Paris. Tél. : 01 43 26 95 35.

EDP Sciences,

ISBN (papier) : 978-2-7598-2217-1, ISBN (ebook) : 978-2-7598-2218-8

CNRS Éditions,

ISBN (papier) : 978-2-271-14325-9, ISBN (ebook) : 978-2-271-14326-6

Table des matières

Introduction du tome 2	ix
0.6 But de l'ouvrage	ix
0.7 Contenu de l'ouvrage	x
0.8 Remerciements	xii
0.9 Bibliographie sommaire	xiii
0.10 Plan structuré	xv
 III Mécanique statistique : phénomènes critiques et groupe de renormalisation	 339
 10 Rappels : introduction aux phénomènes critiques, le modèle d'Ising	 341
10.1 Introduction	341
10.2 Brève introduction aux phénomènes critiques : exposants critiques, lois d'échelle et universalité	342
10.2.1 Transition ferro-paramagnétique et point critique . . .	342
10.2.2 Paramètre d'ordre et brisure de symétrie	343
10.2.3 Singularités au point critique et exposants critiques . .	344
10.2.4 Corrélations et fluctuations au point critique, longueur de corrélation et exposants associés	345
10.2.5 Universalité et lois d'échelle	348
10.3 Rappels de mécanique statistique et modèle d'Ising	351
10.3.1 Le modèle d'Ising	351
10.3.2 Ensemble canonique, fonction de partition	352
10.3.3 Observables et fonctions de corrélation	353
10.3.4 Limite thermodynamique	353
10.4 Potentiel thermodynamique et transformation de Legendre . .	354
10.4.1 Définition	354
10.4.2 Propriétés du potentiel thermodynamique	355
10.4.3 Exercices	358
10.5 Matrice de transfert	358
10.5.1 Modèle d'Ising en $D = 1$	358
10.5.2 Modèle d'Ising en $D = 2$	360
10.5.3 Exercices	360
10.6 Notes	361

11 L'approximation du champ moyen et la théorie de Landau des phénomènes critiques	363
11.1 Introduction	363
11.2 Le modèle d'Ising dans l'approximation du champ moyen . . .	364
11.2.1 Le champ moyen : version Curie-Weiss	364
11.2.2 Le champ moyen comme approximation variationnelle	366
11.2.3 Application : champ moyen pour le modèle d'Ising . . .	369
11.2.4 Exercices	372
11.3 Diagramme de phase et exposants critiques	373
11.3.1 Diagramme de phase et point critique	373
11.3.2 Exposants critiques	374
11.3.3 Exercices	375
11.4 La fonction de corrélation à deux points	375
11.4.1 La dérivée seconde du potentiel thermodynamique . . .	375
11.4.2 La fonction à deux points dans l'espace réel et dans l'espace réciproque	376
11.4.3 Comportement à grande distance de la fonction de corrélation	377
11.4.4 Exposants ν et η	378
11.4.5 Comportement au point critique, limite continue . . .	378
11.4.6 Exercices	380
11.5 La théorie de Landau des phénomènes critiques	380
11.5.1 Principe de l'approximation de Landau	380
11.5.2 Théorie de Landau pour le modèle d'Ising	382
11.5.3 Théorie de Landau pour d'autres systèmes critiques . .	388
11.5.4 Exercices	391
11.6 Fluctuations dans la phase de basse température : dimension critique inférieure	393
11.6.1 Dimension critique inférieure	393
11.6.2 Symétrie discrète : $D_{lc} = 1$	393
11.6.3 Symétrie continue et modes de Goldstone	395
11.6.4 $D_{lc} = 2$ et argument de Mermin-Wagner-Coleman . . .	398
11.6.5 Exercices	401
11.7 Fluctuations au point critique, critère de Ginzburg, domaine critique et dimension critique supérieure	402
11.7.1 Amplitude des fluctuations au voisinage du point critique	403
11.7.2 Critère de Ginzburg et dimension critique supérieure	405
11.7.3 Analyse dimensionnelle pour la température effective	405

11.7.4	Analyse dimensionnelle pour le couplage non linéaire	406
11.7.5	Discussion	407
11.7.6	Exercices	407
11.8	Notes	408
12	La théorie de Wilson du groupe de renormalisation	411
12.1	Introduction	411
12.2	Principe des transformations du groupe de renormalisation	412
12.2.1	Introduction, système microscopique	412
12.2.2	Décimation et transformations d'échelle	413
12.2.3	Hamiltonien renormalisé et conséquences pour les observables	416
12.2.4	Itération et (semi-)groupe de renormalisation	418
12.2.5	Des applications itérées aux flots du groupe de renormalisation	420
12.2.6	Équations de flot et dimension d'échelle de ϕ	422
12.2.7	Exercices	424
12.3	Renormalisation à la « Migdal-Kadanoff »	426
12.3.1	Modèle d'Ising sur réseau triangulaire, principe	426
12.3.2	Approximation variationnelle	427
12.3.3	Couplages renormalisés	428
12.3.4	Points fixes et flot du GR	428
12.3.5	Exercices	429
12.4	Points fixes et variétés critiques	430
12.4.1	Principe général : géométrie des flots et phases du système	431
12.4.2	Linéarisation au voisinage d'un point fixe : champs et dimensions d'échelles	433
12.5	Exposants critiques, lois d'échelle et universalité	436
12.5.1	Point fixe avec une direction instable	436
12.5.2	Invariance d'échelle au point fixe, exposant η	436
12.5.3	Approche du point fixe, longueur de corrélation et exposant ν	437
12.5.4	Universalité des lois d'échelle sur la surface critique	438
12.5.5	Universalité de l'approche au point critique, limite continue, fonctions d'échelle	439
12.5.6	Fonctions d'échelle et limite continue	441
12.5.7	Au-delà de la linéarisation : universalité et domaine critique	443
12.6	Calcul des exposants critiques et des relations d'échelle pour les systèmes magnétiques	445
12.6.1	Système en champ externe h , point bicritique	445
12.6.2	Calcul des exposants critiques	446

12.6.3	Le cas $D > 4$	448
12.7	Notes	448
13	Groupe de renormalisation de Wilson et théorie des champs	449
13.1	Introduction	449
13.2	Modèle de Landau-Ginzburg-Wilson dans l'approximation du potentiel local	450
13.2.1	Approximation du potentiel local	450
13.2.2	Renormalisation par intégration sur des tranches d'impulsions	453
13.2.3	Équation de flots pour le potentiel local	455
13.2.4	Flots et points fixes à $D = 4 - \epsilon$	455
13.2.5	Exercices	459
13.3	$D=4$ et couplage marginalement inessentiel	460
13.3.1	Couplage marginalement inessentiel : corrections loga- rithmiques aux lois d'échelle	461
13.3.2	Couplage marginalement essentiel, divergence exponentielle de ξ	461
13.3.3	Ligne de points fixes : exemple du modèle XY	462
13.3.4	Exercices	464
13.4	Limite continue et relation avec les théories quantiques des champs	464
13.4.1	Limite continue et fonctions d'échelle	465
13.4.2	Conséquences	466
13.4.3	Relation entre modèle de Landau-Ginzburg-Wilson . . et théorie des champs ϕ^4	467
13.4.4	Équations du groupe renormalisation pour la théorie continue	468
13.4.5	Étude des phénomènes critiques par la théorie des champs	470
13.5	Opérateurs dangereux et opérateurs redondants	471
13.5.1	Relations d'échelle pour $D > 4$ et opérateurs inessentiels dangereux	471
13.5.2	Équivalence des procédures de renormalisation et opéra- teurs redondants	472
13.5.3	Exercices	473
IV	Applications et exemples	475
14	Applications de la théorie de Landau-Ginsburg-Wilson	477
14.1	Régularisation dimensionnelle, renormalisation et développement en ϵ	477
14.1.1	Notes	479
14.2	Modèles à N composantes	479
14.2.1	Modèle $O(N)$	479
14.2.2	Développement perturbatif	480

14.2.3	Fonctions β à une boucle	481
14.2.4	Limite $N \rightarrow \infty$	482
14.2.5	$N = 0$	483
14.2.6	Notes	483
14.3	Modèles à symétrie cubique	483
14.3.1	Notes	486
14.4	Polymères	487
14.4.1	Introduction aux polymères	487
14.4.2	Polymères, marches aléatoires et champ libre	488
14.4.3	Effets stériques et classe d'universalité	490
14.4.4	Modèle de gaz de boucles et limite $n = 0$	492
14.4.5	Limite d'échelle et théorie $\phi_{n=0}^4$	495
14.4.6	Notes	497
14.5	Points multicritiques	497
14.5.1	Introduction	497
14.5.2	Modèle d'Ising avec lacunes, point tricritique	497
14.5.3	Champ moyen et théorie ϕ_3^6	499
14.5.4	Renormalisation et fonction bêta	500
14.5.5	Points multicritiques	503
14.5.6	Notes	505
15	Modèles de spins et modèles sigma (classiques et quantiques)	507
15.1	Modèle sigma non linéaire	507
15.1.1	Le modèle	508
15.1.2	Théorie des perturbations	508
15.1.3	Renormalisation à $D = 2$	510
15.1.4	Détails du calcul perturbatif à $D = 2$	512
15.1.5	Modèle sigma en dimension $D > 2$	515
15.1.6	Aspects non perturbatifs, instantons	516
15.1.7	Autres modèles sigma	519
15.1.8	Notes	522
15.2	Chaînes de spin quantiques et modèles sigma	523
15.2.1	Introduction	523
15.2.2	Chaîne quantique antiferromagnétique	523
15.2.3	Intégrale de chemin	524
15.2.4	Théorie effective de basse énergie	525
15.2.5	Modèle $O(3)$ et conjecture de Haldane	526
15.2.6	Notes	528
15.3	Modèle XY, gaz de Coulomb et modèle de sine-Gordon	528
15.3.1	Définition, ondes de spin	528
15.3.2	Vortex	529
15.3.3	Analogie électrostatique	531
15.3.4	Thermodynamique des vortex/gaz de Coulomb	532
15.3.5	La transition de Kosterlitz-Thouless-Berezinski	533
15.3.6	Le modèle de sine-Gordon	534

15.3.7	Exercices	536
15.3.8	Notes	536
16	Surfaces, interfaces et membranes	539
16.1	Interfaces et mouillage	539
16.1.1	Mouillage en 1+1 dimension	539
16.1.2	Modèle quantique, exposants critiques	545
16.1.3	Mouillage en 2+1 dimension	549
16.1.4	Transition rugueuse	550
16.1.5	Notes	552
16.2	Membranes	552
16.2.1	Introduction	552
16.2.2	Membranes fluides : introduction	553
16.2.3	Un peu de géométrie des surfaces	554
16.2.4	Le modèle de Canham-Helfrich	560
16.2.5	Fluctuations thermiques et renormalisation du module de rigidité	563
16.2.6	Longueur de persistance et phase froissée	568
16.2.7	Répulsion stérique, adhésion et décrochage des membranes	568
16.2.8	Membranes polymérisées et transition de froissement	572
17	Systèmes de taille finie et lois d'échelle (<i>Finite Size Scaling</i>)	579
17.1	Systèmes de taille finie	579
17.1.1	Lois d'échelle	582
17.2	Groupe de renormalisation dans les systèmes de taille finie . . .	584
17.3	Transitions du premier ordre	587
17.4	Points critiques quantiques à température finie	591
17.5	Zéros complexes de la fonction de partition	593
17.5.1	Modèle d'Ising avec paramètres complexes	593
17.5.2	Zéros en champ magnétique	593
17.5.3	Zéros en température	595
18	Invariance d'échelle et invariance conforme	597
18.1	Introduction	597
18.2	Invariance d'échelle	598
18.2.1	Champ libre de masse nulle	598
18.2.2	ϕ^4 en dimension $d = 4$	598
18.2.3	Courant de dilatation J_{d+1}^μ et tenseur énergie-impulsion $T^{\mu\nu}$	599
18.2.4	Anomalie d'échelle	600
18.2.5	Théorème de Noether et tenseur énergie-impulsion . . .	602
18.2.6	Le tenseur énergie-impulsion comme réponse à une variation de la métrique	605

<i>Table des matières</i>	vii
18.3 Invariance conforme	607
18.3.1 Le champ libre en dimension $d = 2$	607
18.3.2 Le groupe conforme	608
18.3.3 Pourquoi l'invariance conforme ?	611
18.4 Invariance conforme en deux dimensions (brève présentation)	611
18.4.1 Transformations conformes locales	611
18.4.2 Théorie quantique et invariance conforme	614
18.4.3 La charge centrale et l'algèbre de Virasoro	617
18.5 Notes	621
Index	623
Bibliographie	627

Introduction du tome 2

0.6 But de l'ouvrage

Ce livre présente une introduction aux principaux concepts et outils communs à la physique statistique et à la théorie quantique des champs : développements perturbatifs et diagrammes de Feynman, intégrales de chemin et intégrales fonctionnelles, théorie de la renormalisation et groupe de renormalisation.

Ces concepts et ces techniques mathématiques sont apparus à partir des années 1940-1950 à la fois en physique des hautes énergies (QED, théorie de la renormalisation, théories de jauge non abéliennes), en physique du problème à N-corps (physique nucléaire, physique de la matière condensée) et en physique statistique. Ces développements croisés ont culminé au début des années 1970 avec les applications du groupe de renormalisation à la fois (1) en physique des hautes énergies : construction du modèle standard des interactions électro-faibles et de la chromodynamique quantique, liberté asymptotique, et (2) en physique statistique par la théorie moderne des phénomènes critiques : les transitions de phase continues et les comportements critiques associés sont en fait décrits par des théories quantiques des champs !

Depuis lors ces idées et ces méthodes théoriques se sont appliquées à de très nombreux domaines de la physique statistique (phénomènes critiques, systèmes désordonnés, phénomènes hors équilibre, processus de croissance), de la physique de la matière condensée (physique des solides, matière molle, systèmes mésoscopiques), de la physique des systèmes quantiques (atomes froids), des systèmes dynamiques (transition vers le chaos, turbulence, systèmes complexes), pour citer les principaux. Elles sont en train d'irriguer et d'inspirer des domaines importants des mathématiques. Elles sont regroupées souvent sous le terme de « théorie statistique des champs ». Plutôt qu'une théorie comme la relativité ou la mécanique quantique, la théorie statistique des champs est une « boîte à outils » (outils venus de la physique statistique et de la physique quantique) dont le contenu est maintenant indispensable au physicien théoricien.

Ces succès reposent sur deux éléments.

(1) Tout d'abord il existe une analogie profonde entre le traitement mathématique des fluctuations thermiques en physique statistique et celui des « fluctuations quantiques » (principe d'incertitude) en physique quantique. Cette analogie est particulièrement claire dans la formulation de la mécanique quantique en termes d'intégrale de chemins (Feynman). Une intégrale de chemin

en « temps imaginaire » est analogue à une somme sur les micros états d'un système statistique classique 1D dans l'ensemble grand canonique, la constante de Planck $\hbar$ jouant le rôle de la température T . Cette analogie se généralise très naturellement entre les champs quantiques en D dimensions d'espace et les systèmes statistiques étendus en $D + 1$ dimensions.

(2) Ensuite, les théories quantiques des champs (en général) et les phénomènes critiques sont des systèmes physiques avec un très grand nombre de degrés de liberté indépendants où les fluctuations (quantiques et statistiques) sont importantes sur une très grande gamme d'échelles de distance (longueur d'onde) et de fréquence (énergie). Leurs couplages et leur influence sur la dynamique « effective » du système ne peuvent être traités simplement. La théorie du groupe de renormalisation permet précisément de contrôler – plus ou moins proprement – ces couplages multi-échelles, en définissant proprement le concept de « théorie effective » et en permettant de calculer les « couplages effectifs ». Elle permet de dégager quels sont les degrés de liberté importants (en théorie quantique quels sont les champs) pour décrire la dynamique d'un système à une échelle donnée. De ce point de vue, le groupe de renormalisation a révolutionné notre façon d'aborder de nombreux problèmes en physique (nature des interactions fondamentales, émergence de comportements complexes, apparition de lois d'échelles) et au-delà.

Il faut aussi mentionner d'autres idées très importantes qui font partie de cette boîte à outils, en particulier dans l'étude des systèmes de basse dimensionnalité et des systèmes désordonnés : excitations topologiques (solitons, vortex, instantons) et effets non perturbatifs, solutions exactes et systèmes intégrables, invariance conforme, supersymétrie... Elles forment le socle de la théorie des cordes. Elles sont également à l'origine des contacts et de la fertilisation croisée entre la théorie quantique des champs et les mathématiques.

Enfin un certain nombre de méthodes de discrétisation (théories sur réseau, développements de couplage fort) et de méthodes de simulations numériques (Monte-Carlo), venues de la physique statistique, sont devenues des outils standards en théorie quantique des champs et en physique des hautes énergies.

0.7 Contenu de l'ouvrage

Cet ouvrage est donc une introduction aux applications de la théorie des champs à la mécanique statistique. Son contenu est cohérent, il peut être utilisé seul, ainsi que comme une introduction à certains aspects de la physique des champs et des particules, et à la physique statistique des systèmes à l'équilibre. Il ne dispense pas de la pratique de traités de théorie quantique des champs pour la physique des hautes énergies, ni d'ouvrages consacrés à la physique statistique et à la physique de la matière condensée.

Ce manuel est divisé en quatre grandes sections, et pour des raisons pratiques en deux tomes. Le premier tome se compose des parties I et II, et traite plutôt des aspects théorie quantique et théorie quantique des champs.

Le deuxième tome se compose des parties III et IV, et traite surtout des aspects liés à la physique statistique.

La partie I traite de l'intégrale de chemin en mécanique quantique. Le but de cette partie est de bien faire comprendre l'analogie entre physique statistique à l'équilibre et mécanique quantique (formalisme du temps imaginaire). Les chapitres 1, 2 et 3 en forment la partie essentielle. Les chapitres 4 et 5 présentent des aspects plus avancés. Ils peuvent être sautés en première lecture, et leurs différentes sections peuvent être lues indépendamment en général.

La partie II est une introduction à l'intégrale fonctionnelle en théorie quantique des champs, essentiellement dans le cas de la théorie ϕ^4 . Les formulations de la théorie à temps réel et à temps euclidien et les règles de Feynman pour construire la théorie des perturbations sont traitées dans les chapitres 6 et 7. La théorie de la renormalisation perturbative et les équations du groupe de renormalisation sont introduites en détail au premier ordre dans le chapitre 8. Une brève introduction aux aspects plus généraux de la renormalisation perturbative est donnée dans le chapitre 9. Les formulations non perturbatives de la renormalisation « à la Wilson » et l'équivalence entre la théorie des champs ϕ^4 renormalisée et la limite d'échelle au point critique du modèle d'Ising sont abordées plus bas.

La partie III traite de la physique statistique des phénomènes critiques et de la théorie du groupe de renormalisation dans l'espace réel. Un rappel des concepts de base de physique statistique est donné dans le chapitre 10. Les théories du champ moyen et de Landau des phénomènes critiques sont introduites dans le chapitre 11. Le principe de la théorie de K. Wilson du groupe de renormalisation et ses conséquences pour les phénomènes critiques sont donnés dans le chapitre 12. Le chapitre 13 est consacré à des calculs explicites sur la théorie de Landau-Ginsburg-Wilson (LGW), essentiellement dans l'approximation du potentiel local. Ceci illustre la puissance de la théorie de Wilson, et permet de discuter en profondeur les relations entre renormalisation de Wilson et renormalisation perturbative en théorie des champs.

La partie IV présente des applications physiques de la théorie statistique des champs en physique statistique et en physique de la matière condensée : applications de la théorie du groupe de renormalisation aux phénomènes critiques pour différents problèmes (chapitre 14) ; introduction aux modèles de spins classiques et quantiques (modèles sigma) et aux transitions topologiques (modèle XY et transition de Kosterlitz-Thouless) dans le chapitre 15 ; modèles d'interfaces et de surfaces fluctuantes dans le chapitre 16 ; introduction à la théorie des effets de taille finie dans le chapitre 17. Enfin le chapitre 18 est consacré à une introduction très succincte à l'invariance conforme, concept très important et encore en fort développement théorique (et en mathématiques).

En principe les parties I (intégrale de chemin en mécanique quantique) et III (mécanique statistique, phénomènes critiques et groupe de renormalisation) peuvent être lues indépendamment (bien que pour la fin de la partie II il vaille mieux avoir vu I et le début de II). La partie III (théorie quantique des champs) peut être lue à la suite de I et indépendamment de III.

Mettons en garde le lecteur à propos de ce qu'il ne trouvera pas, ou peu, dans cet ouvrage :

- une exposition détaillée aux méthodes numériques et de calcul formel (analyse des développements en séries de haute température, simulations par Monte-Carlo, matrice de transfert) ;
- une introduction aux méthodes exactes (systèmes intégrables, ansatz de Bethe, matrice S) ;
- un traité sur l'invariance conforme et les techniques reliées (gaz de Coulomb, dualité) ;
- une introduction à la physique des systèmes désordonnés (un sujet en soi) ;
- un traité sur les approches mathématiques rigoureuses (théorie constructive des champs, groupe de renormalisation exact, théorie de la renormalisation à tous les ordres) ;
- une introduction au groupe de renormalisation pour les systèmes quantiques.

0.8 Remerciements

Ce livre est issu principalement des notes destinées aux étudiants du cours de deuxième année du parcours « Physique théorique » du Master « Concepts fondamentaux de la physique », que j'ai donné à l'École normale supérieure (et dans les locaux de l'Université Denis Diderot) de 2001 à 2015. Je tiens à remercier tout particulièrement Jesper Jacobsen, qui m'a assisté pour construire et assurer les séances d'exercices, et m'a remplacé pour les cours à l'occasion pendant toutes ces années. Je suis également très reconnaissant à Édouard Brézin, à qui je dois l'opportunité d'avoir donné ce cours, ainsi qu'à Costas Bachas et Adel Bilal, qui ont coordonné ce parcours, et mes collègues enseignants et administratifs (en particulier Nicole Ribet et Mascia Reato). Cet ouvrage a également beaucoup bénéficié des cours que j'ai donnés dans d'autres établissements, à commencer par celui de théorie quantique des champs pour le programme *Perimeter Scholars International* du Perimeter Institute, que je donne depuis 2009, et de celui pour le programme doctoral de la Suisse romande que j'ai donné à l'École polytechnique fédérale de Lausanne. Je tiens donc à remercier chaleureusement Neil Turok, Tibra Ali, David Gerson et Dan Wohn du Perimeter, ainsi que Frédéric Mila et Aurelio Bay de l'EPFL. Avoir pu enseigner dans de telles institutions est pour moi une chance inestimable.

Michèle Leduc et Michel Le Bellac m'ont encouragé à faire de ces notes un ouvrage. Je les remercie infiniment pour leur persévérance et leur patience... Merci à Michel pour le temps passé à relire mes notes. De nombreux collègues m'ont à divers stades, encouragé, conseillé ou inspiré pour la préparation de

mes cours et l'écriture de ces notes. Je ne saurais me les remémorer tous, mais je tiens à mentionner, outre Jesper, Costas et Adel, D. Bernard, M. Bauer, O. Parcollet, J. Zinn-Justin.

Enfin, mes remerciements et ma gratitude vont bien sûr à tous les étudiants et les étudiantes qui ont suivi mes cours, pour leur intérêt, leur patience, leurs questions et leurs critiques. Ce sont eux qui ont été ma principale source de motivation pour travailler ce cours et ces notes.

0.9 Bibliographie sommaire

La littérature sur le sujet est très riche, et il existe déjà d'excellents ouvrages d'introduction à la physique quantique, la physique statistique, la théorie des champs et la théorie statistique des champs. Cet ouvrage essaye d'avoir une présentation quelque peu originale du sujet, surtout en ce qui concerne les relations entre groupe de renormalisation perturbatif et groupe de renormalisation wilsonien, mais je me suis inspiré consciemment ou inconsciemment de plusieurs ouvrages et cours que j'ai eu l'occasion de suivre.

Ouvrages en français

En mécanique classique des ouvrages de base sont le livre de Landau-Lifchitz [LL94] et le livre d'Arnold [Arn74]. Pour la mécanique quantique des références sont les deux volumes incontournables Cohen-Diu-Laloë [CTDL73a] et le récent troisième volume Cohen-Laloë-Diu [CTLD17], ainsi que le Le Bellac [LB13a, LB13b]. Pour une introduction à la mécanique statistique on peut citer les deux volumes de cours de R. Balian [Bal82, Bal94]. Une introduction détaillée à l'intégrale de chemin en mécanique quantique est le livre de J. Zinn-Justin [ZJ12].

Le classique (un peu ancien) Itzykson-Zuber [ID13] est une bonne introduction à la théorie quantique des champs, plutôt du point de vue physique des hautes énergies.

Des introductions classiques à la théorie statistique des champs sont les deux volumes du (un peu plus récent) Itzykson-Drouffe [ID13, ID89], et le Le Bellac [LB12].

Ouvrages en anglais

Si l'on passe à l'anglais, qui est la lingua franca de la communauté scientifique, et tend à le devenir pour l'enseignement pré-doctoral et doctoral, la littérature devient immense.

Les ouvrages en français précités sont pour la plupart disponibles en version anglaise : pour la mécanique quantique le Cohen-Diu-Laloë [CTDL92], le Le Bellac [LB06], le Zinn-Justin [ZJ10] ; pour la théorie des champs le Itzykson-Zuber [IZ12], le Itzykson-Drouffe [ID91], le Le Bellac [LBB91].

Des ouvrages très classiques sont pour la théorie quantique des champs (donc surtout orientés physique des hautes énergies) : Le Weinberg [Wei95] (le premier des trois volumes pour ce qui est traité ici), le Peskin-Schroeder [PS18]. Le Zinn-Justin [ZJ02] est une bible orientée à la fois vers la physique des hautes énergies et la physique statistique. Beaucoup moins rigoureux et moins complet, mais stimulant est le Zee [Zee10]. Et pour ne pas oublier l'école russe, citons l'inspirant livre de Polyakov [Pol87].

Pour la théorie statistique des champs et ses applications à la mécanique statistique, citons (outre le Zinn-Justin) le Parisi [Par98], et plus courts, mais plus récents le Brézin [Bré10] et le Cardy [Car96]. Des ouvrages récents orientés vers la physique de la matière condensée sont le Tsvelik [Tsv07], le Fradkin [Fra13] et la très complète introduction à la physique de la matière condensée de Chaikin et Lubensky [CL00].

Des références de base sur les méthodes mathématiques pour la physique théorique, indispensables pour un lecteur peu familier avec les outils mathématiques utilisés dans cet ouvrage, sont le Schwartz [SH82] et le Courant-Hilbert [CH08] (ancien, mais actualisé), et le plus récent et moderne Stone et Goldbart [SG09].

Des références plus précises ou plus avancées seront données à la fin des différents chapitres.

0.10 Plan structuré

Basique (première lecture)

Avancé (optionnel)

TOME 1

1 Rappels de mécanique classique et quantique

2 Intégrale de chemin : introduction

3 Intégrale de chemin et physique statistique

4 Intégrale de chemin : présentation générale

5 Bosons, fermions et spins

6 Intégrale fonctionnelle : le champ libre

7 ϕ^4 : théorie des perturbations

8 ϕ^4 : renormalisation à 1 boucle

9 Renormalisation : théorie générale

TOME 2

10 Rappel sur les phénomènes critiques

11 La théorie du champ moyen

12 Le groupe de renormalisation de Wilson

13 Relations avec la théorie des champs

14 Applications de la théorie de Landau-Ginsburg-Wilson

15 Modèles de spins et modèles sigma

16 Surfaces, interfaces et membranes

17 Effets de taille finie

18 Invariance conforme

- [LBB91] Le Bellac, M. et G. Barton. *Quantum and Statistical Field Theory*. Oxford Science Publ. Clarendon Press, 1991.
- [Lei04] Leibler, S. *Equilibrium Statistical Mechanics of Fluctuating Films and Membranes*. Dans Nelson, D., T. Piran et S. Weinberg (éditeurs) : *Statistical Mechanics of Membranes and Surfaces, Second Edition*. World Scientific, Singapore, 2004.
- [LL94] Landau, L.D. et E.M. Lifchitz. *Physique théorique: Mécanique*. Physique théorique. Ellipses Marketing, 1994.
- [Mus10] Mussardo, G. *Statistical Field Theory: An Introduction to Exactly Solved Models in Statistical Physics*. Oxford Graduate Texts. OUP Oxford, 2010.
- [Mus20] Mussardo, G. *Oxford Graduate Texts: Statistical Field Theory: An Introduction to Exactly Solved Models in Statistical Physics, Second Edition*. Oxford Graduate Texts. Oxford University Press, 2020.
- [Nel02] Nelson, D.R. *Defects and Geometry in Condensed Matter Physics*. Cambridge University Press, 2002.
- [NPW04] Nelson, D., T. Piran et S. Weinberg (éditeurs). *Statistical Mechanics of Membranes and Surfaces, Second Edition*. World Scientific, Singapore, 2004.
- [NSVI84] Novikov, V. A., M. A. Shifman, A. I. Vainshtein et Zakharov, V. I. *Two-dimensional sigma models: modeling non-perturbative effects of quantum chromodynamics*. Dans *Phys. Reports* 116, 103. Elsevier, 1984.
- [OM81] Olshanetsky, M. A. et Perelomov, A. M. *Classical integrable systems related to Lie algebras*. Dans *Phys. Reports* 71, 313. Elsevier, 1981.
- [Par98] Parisi, G. *Statistical Field Theory*. Avalon Publishing, 1998.
- [Per86] Perelomov, A.M. *Generalized Coherent States and Their Applications*. Texts and Monographs in Physics. Springer-Verlag, 1986.
- [PL85] Peliti, L. et S. Leibler. *Effects of Thermal Fluctuations on Systems with Small Surface Tension*. *Phys. Rev. Lett.*, 54(1690), 1985.
- [Pol86] Polyakov, A. *Fine Structure of Strings*. *Nucl. Phys.*, B268: 406, 1986.
- [Pol87] Polyakov, A. *Gauge Fields and Strings*, tome 3 of *Contemporary concepts in physics*, ISSN 0272-2488. CRC Press, 1987.
- [PS18] Peskin, M.E. et D. V. Schroeder. *An Introduction To Quantum Field Theory*. CRC Press, 2018.
- [Riv03] Rivasseau, V. *Introduction à la renormalisation*. Dans Birkhäuser (éditeur) : *La renormalisation, séminaire Poincaré 2002*, tome 30 de *Progress in Mathematical Physics*. Duplantier, B. et Rivasseau, V., 2003.
- [RSB17] Russell, Emily R., Rastko Sknepnek et Mark Bowick. *Stiffening thermal membranes by cutting*. *Phys. Rev. E*, 96: 013002, Jul 2017. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.96.013002>.
- [Ryc17] Rychkov, S. *EPFL Lectures on Conformal Field Theory in $D \geq 3$ Dimensions*. SpringerBriefs in Physics. Springer, 2017.
- [SG09] Stone, M. et P. Goldbart. *Mathematics for Physics: A Guided Tour for Graduate Students*. Cambridge University Press, 2009.

- [SH82] Schwartz, L. et D. Huet. *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques*. Enseignement des sciences. Hermann, 1982.
- [She07] Sheffield, S. *Gaussian free fields for mathematicians*. Probability Theory and Related Fields, 139(3): 521–541, 2007. ISSN 1432-2064. <https://doi.org/10.1007/s00440-006-0050-1>.
- [Spi70] Spivak, M. A *Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish (Boston), 1970.
- [Ste87] Stephenson, J. et al. *Partition function zeros for the two dimensional Ising Model, I - IV*. Physica, 129 A - 148 A, 1984 - 1987.
- [Tsv07] Tselik, A.M. *Quantum Field Theory in Condensed Matter Physics*. Cambridge University Press, 2007.
- [Wei95] Weinberg, S. *The Quantum Theory of Fields*. Numéro vol. 1 dans *Quantum Theory of Fields, Vol. 2 : Modern Applications*. Cambridge University Press, 1995.
- [WF72] Wilson, Kenneth G. et Michael E. Fisher. *Critical exponents in 3.99 Dimensions*. Phys. Rev. Lett., 28: 240–243, Jan 1972. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.28.240>.
- [Wic54] Wick, G. C. *Properties of Bethe-Salpeter Wave Functions*. Phys. Rev., 96: 1124–1134, 1954. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.96.1124>.
- [Wie01] Wiese, K. J. *Polymerized membranes, a review*, tome 19 de *Phase Transitions and Critical Phenomena*, chapitre 2. Academic Press, 2001.
- [WK74] Wilson, K. G. et J. Kogut. *The renormalization group and the epsilon expansion*. Physics Reports, 12(2): 75–199, 1974.
- [Zam86] Zamolodchikov, A. B. « *Irreversibility* » of the flux of the Renormalization Group in a 2-d Field Theory. JETP Lett., 43: 730–732, 1986.
- [Zee10] Zee, A. *Quantum Field Theory in a Nutshell: Second Edition*. Princeton University Press, 2010.
- [ZJ99] Zinn-Justin, J. *Renormalization and renormalization group: From the discovery of uv divergences to the concept of effective field theories*. Dans Witt-Morette, C. de et J. B Zuber (éditeurs) : *Proceedings of the NATO ASI on Quantum Field Theory: Perspective and Prospective*, numéro C 530 dans *NATO ASI Series*, pages 375–388. Kluwer Academic Publishers, 1999. <http://www.ipht.fr/articles/t98/118/>.
- [ZJ02] Zinn-Justin, J. *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*. International series of monographs on physics. Clarendon Press, 2002.
- [ZJ10] Zinn-Justin, J. *Path Integrals in Quantum Mechanics*. Oxford Graduate Texts. OUP Oxford, 2010.
- [ZJ12] Zinn-Justin, J. *Intégrale de chemin en mécanique quantique : introduction*. Savoirs Actuels. EDP Sciences, 2012.